

轴流压气机非定常数值模拟方法精度分析

罗楚威, 陈江

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘 要: 以 Stage 35 单级轴流压气机为研究对象, 分别用相位延迟法、叶片约化法及非线性谐波法对其进行非定常数值模拟, 并与实验及半环精确非定常模拟进行对比, 以分析各非定常模拟方法的计算精度。结果表明: 3 种非定常计算方法在对流场时均参数的预测上均能达到半环精确非定常模拟相同的精度, 但几何改变使叶片约化法得到的频谱特征尤其是基频谐波幅值产生较大变化; 相位延迟法虽能较准确预估基频谐波幅值, 但在其余谐波处则精度通常低于叶片约化法; 非线性谐波法在计算参数的非定常时域及频域特征时精度比相位延迟法和叶片约化法低。

关 键 词: 轴流压气机; 非定常; 相位延迟; 叶片约化; 非线性谐波法; 精度

中图分类号: V231.3

文献标志码: A

Accuracy analysis of unsteady numerical simulation methods for axial flow compressor

LUO Chuwei, CHEN Jiang

(School of Energy and Power Engineering,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Taking Stage 35 single-stage axial compressor as model, the predictions obtained using the nonlinear harmonic, phase lag and domain scaling method were compared respectively with the results obtained using a conventional half annulus unsteady simulation and experiment. The purpose was to analyze the numerical accuracy and computational efficiency of the three methods. Numerical results indicated that the three methods can all achieve same accuracy level as the half annulus unsteady simulation in terms of time-averaged parameters of flow field, but the spectrum characteristics obtained by domain scaling method revealed significant differences due to the geometry scaling, especially the amplitude in fundamental harmonic. The precision of the phase lag method was higher than domain scaling method in the prediction of amplitude in fundamental harmonic, however, it was usually contrary in other harmonics. Furthermore, the unsteadiness predicted by nonlinear harmonic method can not achieve the same accuracy as the phase lag and domain scaling method.

Key words: axial flow compressor; unsteady; phase lag; domain scaling; nonlinear harmonic method; accuracy

收稿日期: 2016-04-22

基金项目: 国家自然科学基金(51576007)

作者简介: 罗楚威(1989—), 男, 硕士生, 主要从事叶轮机械气动热力学研究。

引用格式: 罗楚威, 陈江. 轴流压气机非定常数值模拟方法精度分析[J]. 航空动力学报, 2017, 32(11): 2808-2816. LUO Chuwei, CHEN Jiang. Accuracy analysis of unsteady numerical simulation methods for axial flow compressor[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(11): 2808-2816.

轴流压气机内流本质是三维非定常流动,基于定常近似的方法难以深入理解并且合理预测非定常流动的结构和损失,而这种理解和预测对于高负荷或非设计工况时的压气机气动、噪声及高周疲劳性能是十分重要的。随着航空发动机技术的不断进步,对压气机的性能要求也不断提高,仅仅采用定常的气动设计方法已经难以满足精细化设计对多项性能预测的需求,因此需要在设计过程中有针对性的加入非定常计算分析。相对精确的非定常模拟需要对整机全周数值模拟,但由于计算量过大,在今后很长一段时间还难以应用于工程上的压气机气动设计,因此,寻求高效的、相对精确的非定常模拟方法就显得尤为迫切。

过去 40 多年中,用于压气机非定常数值模拟的方法主要有两大类,一类是线化方法,代表工作有 Verdon 和 Caspar^[1]的线化位势解及 Hall 和 Crawley^[2]的线化欧拉解,这类方法计算量较小,机理阐述直观,但是对非线性较强的流动,这类解法普遍存在较大的误差;第 2 类是非线性方法。1977 年,Erdoes 和 Alzner^[3]基于相位延迟周期性的概念发展了二维无黏非定常模拟方法,即相位延迟法,该方法采用单个叶片通道,计算量大大减小,但由于直接存储周期边界和转静交界面处的流场变量,往往需要占用很大内存,为此,He^[4]提出了基于傅里叶级数的“形修正”相延迟方法,通过将一个周期内的流场变量用傅里叶级数表示,从而只需保存傅里叶系数,这样就使内存需求大大降低。由于相位延迟方法假设流场在时间上是周期性的,且所有排叶片通道只要相对位置相同,那么其中的流动状况必然相同,因此将无法模拟出叶片通过频率及其倍数以外的脉动频率,而且其收敛速度也较慢,对于多级或动叶变转速运动的数值模拟问题,由于周期很难确定或周期过大,该方法不再经济实用。

1989 年,Rai^[5]提出了叶片数模化方法,通过对叶片数进行适当增减,以达到约化各排叶片数,最大程度减小计算域从而缩短计算时间的目的。Rai^[6]将约化方法计算的结果与实验测量结果进行比较发现,在静叶压力面位置,数值计算结果与实验数据基本一致,但由于约化导致了几何改变,在动叶位置产生了一定偏差。Arnone 和 Pac-ciani^[7]通过对比不同叶片约化比(7 : 12, 4 : 7, 3 : 5, 1 : 2)与真实几何(叶片约化比为 11 : 19)的数值计算结果后认为:约化比相比真实几何的偏差越小,可以得到越可靠的结果。

1985 年,Adamczyk^[8]建立了描述叶轮机内确定性非定常流动的通道平均方程,自此,通过模化确定应力并与时均方程耦合求解的非定常模拟方法发展起来,典型的有 van de wall 等^[9]的输运模型、季路成^[10]的半经验模型、Hall^[11]的尾迹衰减模型等。

1992 年,Giles^[12]提出了渐进求解方法,He 等^[13]在 Giles 渐进求解思路的启发下,提出了非线性谐波方法,该方法将非定常流场分解为时均量及用傅里叶级数表示的脉动量两部分,时均量通过求解包含确定应力的时均方程得到,而脉动量则通过在频域内求解脉动方程得到,两者耦合求解。非线性谐波法自提出以来以其清晰的物理概念,较高的工程精度以及极短的计算时间得到了普遍关注。Vilmin 等^[14]利用非线性谐波法对二维单级压气机和三维向心涡轮进行了数值模拟,并将结果与定常及非定常时均解进行对比,发现非线性谐波法的结果相比定常更接近非定常时均解。王雷和刘波等^[15-16]用非线性谐波法对双级对转压气机进行计算,结果表明:在设计工况点非线性谐波方法精度较高,但在近失速点,由于流场中的固有周期性被破坏,导致非线性谐波法精度下降。Hembera 等^[17]以某 4.5 级轴流压气机的前 1.5 级为研究对象,用非线性谐波法在粗网格和细网格上分别进行计算,并与全通道非定常数值模拟的计算结果进行比较,发现 3 阶谐波能够很好地重现设计点处的非定常流场,但在近失速点处,由于旋转失速并不是与转速相关的周期性非定常现象,因此谐波方法得到计算结果与全通道模拟相差较大。

本文借助 Fine Turbo 软件,以 Stage 35 为研究对象,采用相位延迟(phase lag)、叶片约化(domain scaling)、非线性谐波(nonlinear harmonic, NLH)三种非定常计算方法分别对其进行非定常数值模拟,并将结果与实验值及半环(half annulus)非定常模拟进行了对比,以检验 3 种非定常计算方法的预测精度,对各方法的计算量及计算效率也进行了讨论。

1 计算模型与数值方法

1.1 计算模型

NASA Stage 35 是一个低展弦比单级跨声轴流压气机,有 36 个转子叶片及 46 个静子叶片,设计转速为 17188 r/min,压比为 1.82,流量为 20.2 kg/s,详细的设计参数及实验数据可参阅文

献[18]。

1.2 数值方法

为了分析相位延迟法、叶片约化法及 NLH 法 3 种非定常计算方法的预测精度,本文以 Stage 35 为对象,首先进行了半环非定常模拟,计算域转静通道数之比为 18 : 23,网格数为 1 273.9 万,其结果作为比较基准。然后以相同分辨率网格分别用 NLH 法、叶片约化法和相位延迟法进行非定常计算,其中 NLH 法为单通道计算,叶片约化法将静叶数改为 48,计算域转静通道数之比为 3 : 4。本质上,半环法和叶片约化法属于同一种方法,区别仅在于半环法未修改叶片数因而约化程度低,计算域较大,而叶片约化法通过修改叶片数更大程度的减小了计算域。考虑到 NLH 法采用 2 阶迎风格式计算时结果发散,为保证计算结果可比性,各算例空间离散均选择中心差分格式。杨彤^[19]研究发现,相位延迟法采用单通道配合中心差分格式进行非定常数值模拟时收敛速度极慢,而采用 2 阶迎风格式则可以很快收敛。为提高相位延迟法采用中心差分格式时的收敛速度,本文特采用了 3 : 4 的转静通道。在所有非定常计算之前,利用相应网格分别进行了采用周向守恒连接面的定常(steady)计算,其结果作为非定常计算的初场。

1.3 网格生成

由 AUTOGRID5 模块为各叶片排生成 O4H 型网格,如图 1 所示。转、静子径向网格点数分别为 61、57,通道网格总数分别为 31.9 万、30.4 万。

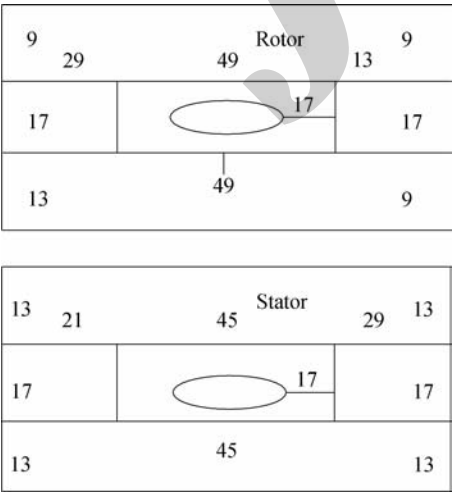


图 1 转、静通道网格结构及节点分布
Fig. 1 Grid structure and points distribution in rotor and stator passage

转子叶尖间隙为 0.408 mm,沿径向布置 13 个网格节点,网格结构为 HO。

1.4 计算设置

给定入口总压(inlet total pressure, ITP, 量符号记为 p_{it})为 101 325 Pa,总温为 288 K,轴向进气,出口平均静压的给定保证每个算例的平均总压比与实验工况相同,为 1.714。对于非定常计算,选取各自默认交界面处理方式;采用 Spalart-Almaras 湍流模型,壁面网格高度为 0.001 mm,以确保第 1 层网格 $y^+ < 10$ 。文献[15, 20]认为 5 阶 NLH 法可以达到谐波收敛,而保留前 3 阶谐波可以在计算成本和精度间取得最佳平衡。由于本文侧重精度研究,所以 NLH 法计算保留 5 阶谐波,时间项选用 4 阶 Runge-Kutta 法,其余算例采用双时间步法求解,所有算例空间离散均为中心差分格式。

2 非定常计算结果分析

2.1 收敛曲线

定常及 NLH 法计算分别设定收敛残差 R 为 -6、-3,最大迭代次数为 3 000,其残差 R 和出口流量收敛曲线如图 2 所示。NLH 收敛曲线显示的为时均方程解,收敛趋势与定常相似,但由于求解过程中加入了确定应力模型,受模型精度影响,其收敛残差与定常相差 3 个量级;半环法、叶片约化法、相位延迟法计算当最后两个周期对应时刻出口流量偏差小于 0.03% 时认为计算收敛,其出口流量收敛曲线如图 3 所示,其中相位延迟法显示的为后 26 个周期的结果。图 4 为相位延迟法最后两个周期出口质量流量变化曲线。

2.2 计算量及计算效率

表 1 给出了各算例网格数、迭代步数、计算耗时及内存需求等信息,所有算例均在课题组服务器(24 核, CPU 为主频 2.2 GHz, 总内存为 32 GB)上采用 MPI(message passing interface)协议并行计算完成。虽然为保证计算结果的可比性,本文相位延迟法计算采用中心差分格式,但在计算量及计算效率的比较中仍然采用单通道加 2 阶迎风格式的结果,以体现该方法的真实水平。由表 1 可见,半环法总计算量为 39 100 CPUh,耗时为 1 700 h,占用大量计算资源,相比而言, NLH 法的计算量及计算时间分别仅相当于半环法的 0.227%、1.05%,若适当降低保留的谐波阶数,其计算量及计算时间会进一步减少,这充分说明

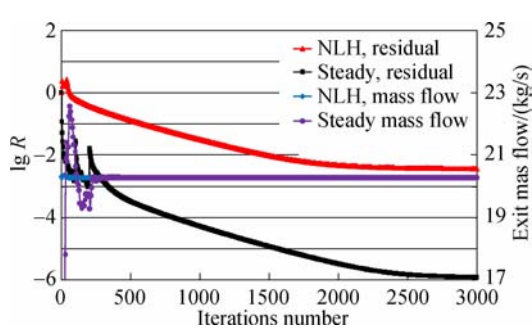


图 2 Steady、NLH 收敛曲线

Fig. 2 Steady, NLH convergence curve

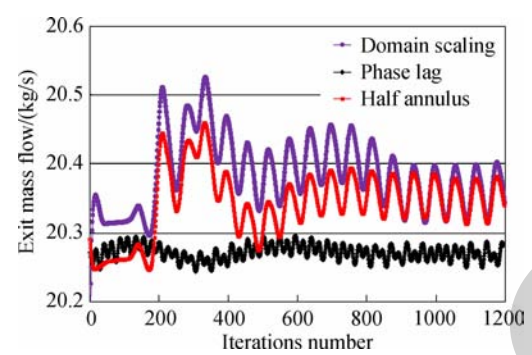


图 3 半环法、叶片约化法及相位延迟法出口流量收敛曲线

Fig. 3 Half annulus, domain scaling and phase lag convergence curve for exit mass flow

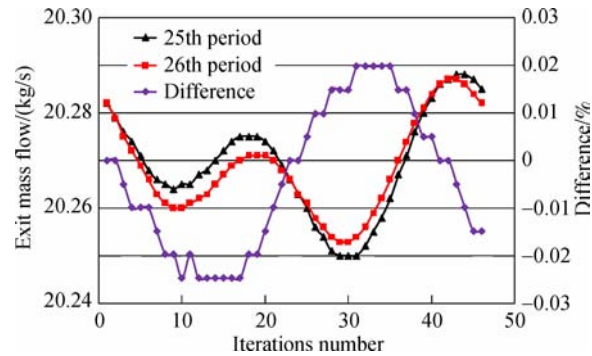


图 4 相位延迟法第 25、第 26 个周期出口流量收敛曲线

Fig. 4 Phase lag convergence curve for exit mass flow in the 25th and 26th period

NLH 法具有极高的计算效率。相位延迟法耗时为 62.0h,计算效率也很可观。比较叶片约化法和半环法计算时间发现,由于约化后计算域仅包含 3 : 4 的转静通道,使叶片约化法计算时间较半环法大幅缩短,但相比相位延迟法及 NLH 法的单通道计算,耗时明显偏长,这表明叶片约化法计算效率相对较低。比较 4 个算例内存需求发现,5 阶 NLH 法计算单位数量网格所需内存量约为相位延迟法、叶片约化法的 4 倍,半环法的 3 倍,这主要是由于 NLH 法对于每阶谐波均需求解 10 个附加的守恒方程,导致其内存需求偏大。

表 1 计算工作量比较
Table 1 Comparison of the computational effort

算例	转、静通道数	网格数/万	外层迭代次数	内层迭代次数	使用 CPU 核数/个	计算时间/h	总计算量/ CPUh	内存需求量/ GB
半环法	18 : 23	1 273. 9	4 800	50	23	1 700	39 100	14. 44
非线性谐波法	1 : 1	62. 3	3 000		5	17. 8	89. 0	2. 22
相位延迟法	1 : 1	62. 3	1 196	60	4	62. 0	289. 2	0. 6
叶片约化法	3 : 4	217. 4	1 200	60	11	129. 5	1 424. 5	1. 83

2.3 总体性能参数对比

表 2 为实验及各非定常计算的时均性能参数对比。各算例总压比相比实验值偏差均在 0.05% 以内,可以认为与实验处于相同工况。比较出口流量发现数值结果相比实验值高 0.2 ~ 0.3 kg/s,实验测量误差在 ±0.3 kg/s 范围内。对于等熵效率,数值结果均比实验值低约 2.4%,在后文中将会进一步分析原因。综合来看,非定常数值模拟的结果虽然与实验值存在一定偏差,但仍然具备很高的可靠性。

表 2 总体性能参数对比
Table 2 Comparison of the overall performance parameters

算例	出口质量流量/(kg/s)	总压比	等熵效率/%
实验	20.08	1.714	84.10
半环法	20.35	1.7148	81.68
非线性谐波法	20.29	1.7144	81.74
相位延迟法	20.27	1.7133	81.79
叶片约化法	20.31	1.7137	81.70

2.4 S1 面流场比较

图 5 给出了 4 个算例在相同周向位置时刻 0.5 倍叶高处 S_1 流面的熵分布图,图中 1、2 表示静叶编号。如图 5(a)所示,在静叶 1 处,上游转子尾迹刚好被静叶切割为两段;随着尾迹向下游移动,在静叶 2 处,被切割为两段的尾迹出现了错位,由于吸力面上尾迹的传播速度较压力面上大,吸力面一侧的尾迹位于压力面一侧尾迹之前,同时,受壁面黏性作用的影响,通道中的尾迹传播速度大于壁面处,所以尾迹在叶片表面被拉伸,在叶片尾缘处尤为明显。比较不同方法的计算结果发现,叶片约化法及相位延迟法在交界面处连续,而 NLH 法在交界面处存在细微间断,这主要是因为计算时仅保留了前 5 阶谐波,存在一定的截断误差,但从图中可以看到,该误差的影响甚微。总体来看,各方法均捕捉到了转子尾迹在静子通道内剪切、拉伸及与叶片表面边界层的相互作用等现象,并且与半环法的结果高度吻合。

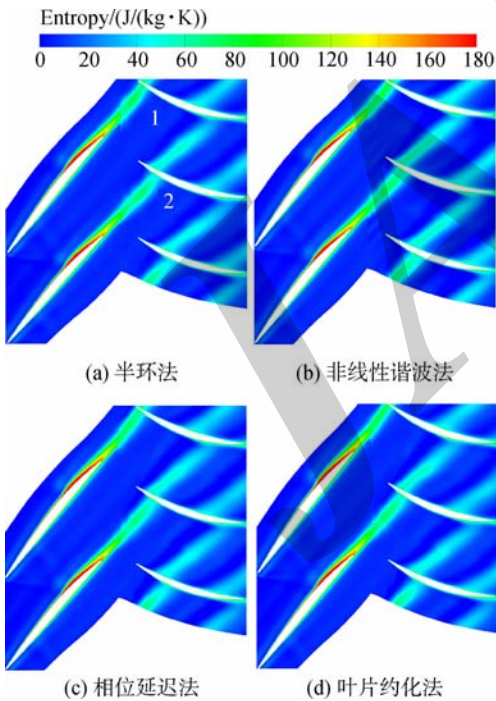


图 5 0.5 倍叶高某瞬时熵图

Fig. 5 Instantaneous entropy at mid-blade height

2.5 展向参数比较

图 6 为转子出口气流角(来流方向与轴向的夹角)时均值周向平均后沿展向变化曲线。从图中看到,在叶根及叶尖区域,由于受端壁影响,气流角沿展向迅速变化,0.1~0.9 倍叶高,气流角变化相对平缓。除叶根部位外,数值计算得到的

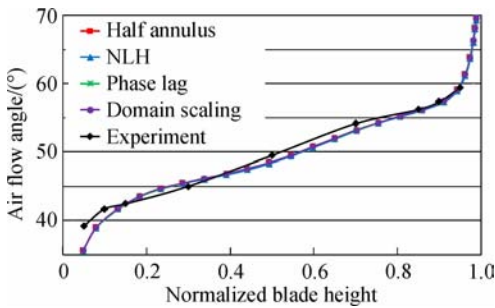


图 6 转子出口气流角沿叶高分布

Fig. 6 Distribution of air flow angle along the blade height in rotor outlet

气流角与实验值吻合很好,而不同非定常模拟方法的结果也高度吻合。

图 7 为转子等熵效率沿叶高的分布。从图中可以看到,叶根及叶尖处效率比叶中低,尤其在叶尖部分,这是由于叶根及叶尖靠近轮毂及机匣,存在复杂的二次流动,导致该部位损失大,效率较低。比较发现,在 0.2~0.65 倍叶高处,数值计算的等熵效率比实验值平均高 3.5 个百分点,而在叶根及叶尖处,实验效率较数值计算结果高,在 0.95 倍叶高处,偏差达到 20 个百分点,这表明数值计算在很大程度上高估了叶尖部位的流动损失,最终导致得到的压气机等熵效率较实验值低。

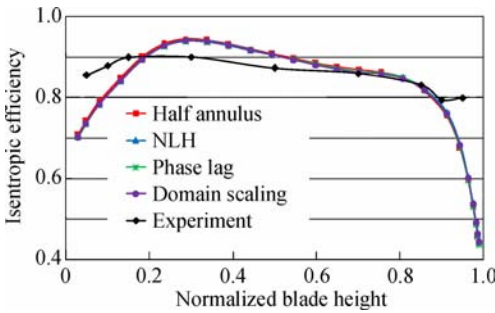


图 7 转子等熵效率沿叶高分布

Fig. 7 Isentropic efficiency distribution of rotor along the blade height

图 8 为静子出口子午流速沿叶高分布。数值结果与实验值在趋势上一致,计算其与实验值的方均根误差(root mean square error, RMSE),结果如表 3 所示,可以看到各非定常计算的结果几乎一致,与实验值均有约 7.2 m/s 的偏差。图 8 显示子午流速的量级为 200 m/s,因此数值计算的结果相比实验值偏差约为 3.5%。

通过对时均参数展向分布的比较发现, NLH 法、相位延迟法及叶片约化法的计算结果与半环法均能很好的吻合,表明这 3 种简化非定常模拟

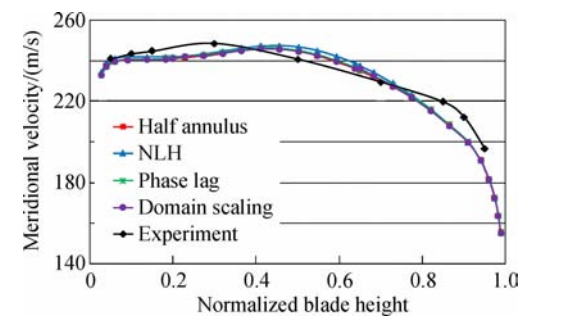


图 8 静子出口子午流速沿叶高分布

Fig. 8 Meridional velocity distribution along the blade height in stator outlet

表 3 静子出口子午流速方均根误差	
Table 3 RMSE of meridional velocity in stator outlet	
算例	方均根误差/(m/s)
半环法	7.24
非线性谐波法	7.21
相位延迟法	7.11
叶片约化法	7.28

方法在对流场时均参数的预测上均能达到与半环法相同的精度。

2.6 叶片表面压力分布

图 9、图 10 为半环法得到的转子、静子叶片表面 0.5 倍叶高处静压分布,图中对静压进行了无量纲化处理(静压除以入口总压,下文皆同),其中实线表示时均值,虚线表示压力的波动范围。如图所示,在整个周期内,动叶表面几乎没有压力脉动,仅在尾缘压力面一侧存在小幅压力波动,而静叶在整个弦长范围内都表现出明显的压力波动,这表明下游静叶前缘的势流干扰对上游动叶内流动影响很小,而动叶尾迹对下游静叶内流动影响显著,使其具有强烈的非定常性,因此以下着重对静叶表面压力分布进行进一步分析。

图 11 为静叶压力面 0.5 倍叶高处各点压力脉动的 1 阶谐波幅值分布,选取该参数主要是由于它在相当程度上可以表征一点脉动的大小。从图中可以看到在静叶前端,由于受到动叶尾迹的冲刷,1 阶谐波幅值在此区域达到峰值,表明该区域压力脉动大,具有很强的非定常性;随着尾迹向前移动,谐波幅值先迅速下降并出现一极小值,然后增加并保持相对平缓的变化趋势;到静叶尾部,幅值再次迅速下降。NLH 法得到的极小值数值与半环法一致,但出现位置存在很大偏差,而相位

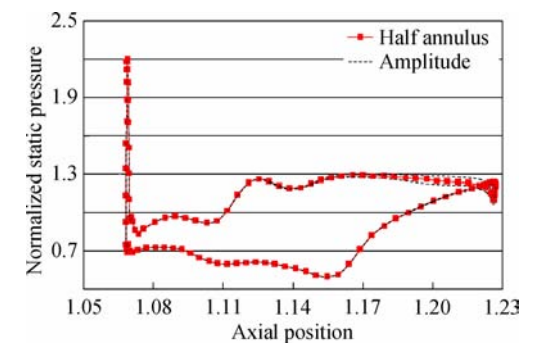


图 9 0.5 倍叶高动叶表面静压分布

Fig. 9 Static pressure distribution on the rotor surface at mid-blade height

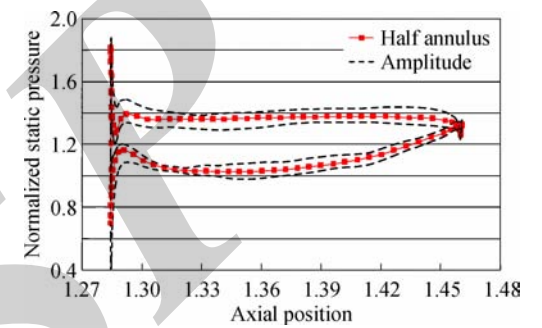


图 10 0.5 倍叶高静叶表面静压分布

Fig. 10 Static pressure distribution on the stator surface at mid-blade height

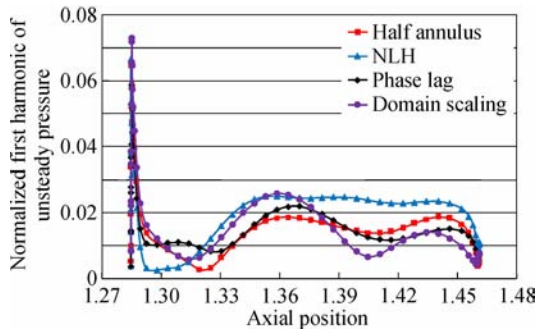


图 11 0.5 倍叶高静叶压力面非定常压力 1 阶谐波幅值分布

Fig. 11 Distribution of first harmonic amplitude of unsteady pressure on the stator pressure surface at mid-blade height

延迟法及叶片约化法的极小值位置虽与半环法相近,但数值偏高。从图中还可以发现相位延迟法的幅值分布曲线相比其余两种方法与半环法更为接近;叶片约化法的曲线趋势与半环法一致,但数值相差较大;NLH 法的幅值在 0.2 倍弦长至尾缘的区间内均高于半环法,精度相对较低。

图 12 为静叶吸力面 0.5 倍叶高各点压力脉动的 1 阶谐波幅值分布。与压力面相比,各方法得到的吸力面 1 阶谐波幅值分布曲线差异显著减小。从图中看到,在吸力面前端至 0.2 倍弦长区间,NLH 法的谐波幅值偏高,其峰值比其余 3 种方法高 $3\% p_{it}$ 。在其余位置,NLH 法的结果与相位延迟法几乎一致,幅值均比半环法低,而叶片约化法的幅值较半环法偏高。

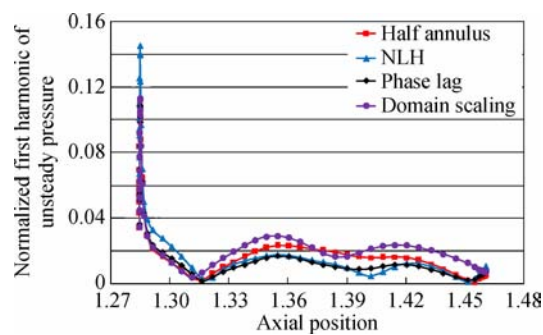


图 12 0.5 倍叶高静叶吸力面非定常压力 1 阶谐波幅值分布

Fig. 12 Distribution of first harmonic amplitude of unsteady pressure on the stator suction surface at mid-balde height

2.7 频谱分析

为进一步考察相位延迟法、叶片约化法、NLH 法及半环法计算结果在频域中的差异,本文分别从 4 种方法计算得到的流场中提取出 A 点、B 点的非定常压力脉动信息,并对其进行快速傅里叶变换(fast Fourier transformation,FFT),以做进一步比较。

图 13 为 A 点、B 点的位置示意图,选取的为 0.95 倍叶高截面。图 14 为 A 点在一个周期内静压随时间变化曲线及相应的 FFT 后的频谱图。虽然叶片约化法计算时仅改变了静叶叶片数,而动叶与原始几何保持一致,但根据之前的分析,下游静叶前缘的势流干扰对上游动叶内流动会产生小的影响,所以叶片约化法因改变静叶几何而引起的流场变化必然会波及上游动叶流场。从图 14 中看到,对位于动叶通道中的 A 点,无论在时域或频域内,叶片约化法和半环法得到的结果均有一定差异,但差异极小。相位延迟法虽然捕捉到了时域内静压变化趋势,但数值上存在较大误差;在频域内,除 2 阶、4 阶叶片通过频率下谐波分量幅值与半环法相差偏大外,其余频率下均吻合较好。比较 NLH 法与半环法结果发现,两者

在时域及频域内均存在显著差异。

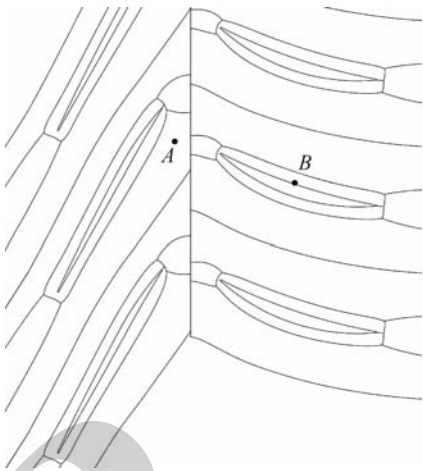


图 13 快速傅里叶分析位置

Fig. 13 Positions of the FFT analysis

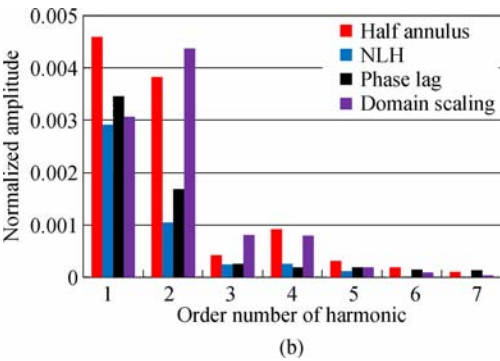
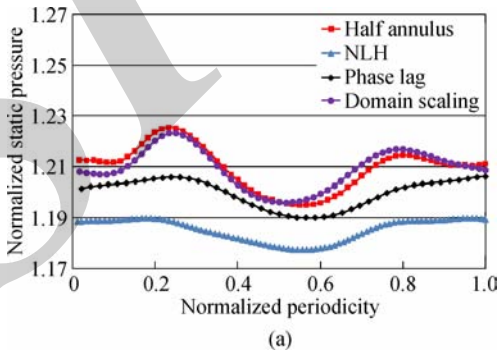


图 14 A 点静压脉动及相应频谱

Fig. 14 Static pressure perturbation and corresponding frequency spectrum in point A

图 15 为 B 点在一个周期内静压随时间变化及相应的 FFT 后的频谱图。观察时域的压力波动曲线发现,3 种简化非定常模拟方法得到的曲线趋势与半环法大致相同,但叶片约化法及相位延迟法的结果与半环法的偏差相对 NLH 法更小。从频谱图中可以看到,半环法的 5 阶谐波之后的高频谐波分量已经可以忽略,这表明在 NLH

法中选择保留 5 阶谐波是合适的。比较 1 阶及 2 阶谐波分量幅值发现,NLH 法幅值远大于半环法,这是由于忽略了高频分量,所以其低频分量必须更大才能在时域中与半环法的量级匹配。在占主导地位的 1 阶谐波分量中,相位延迟法的幅值仅比半环法高 0.14% p_{it} ,而叶片约化法的幅值则较半环法低 0.76% p_{it} ;在 2 阶、3 阶及 4 阶谐波分量处,叶片约化法的幅值与半环法的偏差均较相位延迟法小约 0.2% p_{it} 。综合来看,由于静子叶排几何的改变,叶片约化法的频谱特征尤其是基频处的幅值发生了显著变化,而相位延迟法虽然较准确地预估了基频谐波幅值,但在其余谐波处的精度相对叶片约化法通常要低。

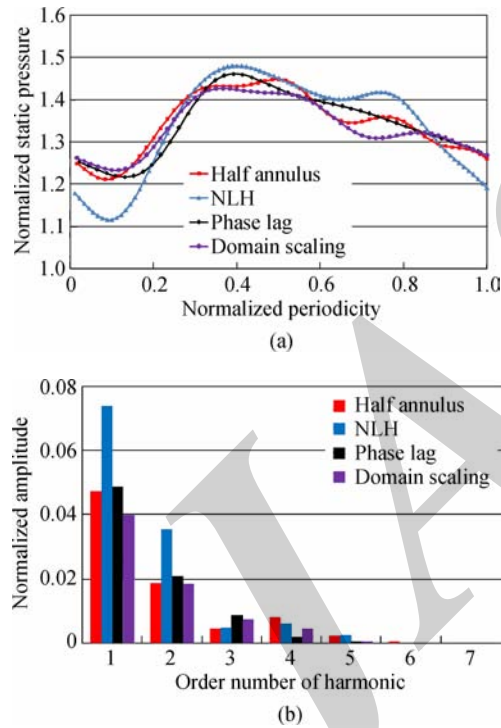


图 15 B 点静压脉动及相应频谱

Fig. 15 Static pressure perturbation and corresponding frequency spectrum in point B

3 结 论

本文分别采用相位延迟法、叶片约化法及非线性谐波法对 Stage 35 单级轴流压气机进行了非定常数值模拟,并将结果与常规半环非定常模拟进行比较,得出以下结论:

1) 非线性谐波法计算效率最高,但内存需求偏大;相位延迟法由于仅需单通道计算,其计算效率较高,内存需求也小;3 种方法中,叶片约化法计算效率最低。

2) 相位延迟法、叶片约化法及非线性谐波法均能准确预测流场时均参数的分布,其精度与精确半环非定常模拟相同。

3) 几何的改变导致叶片约化法的频谱特征尤其是基频处的幅值发生了显著变化;相位延迟法对基频谐波幅值的预估较为准确,但在其余谐波处则精度通常低于叶片约化法;非线性谐波法在计算参数的非定常时域及频域特征时精度比相位延迟法和叶片约化法低。

参考文献:

[1] VERDON J M, CASPAR J R. A linearized unsteady aerodynamic analysis for transonic cascades[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1984, 149(1): 403-429.

[2] HALL K C, CRAWLEY E F. Calculation of unsteady flows in turbomachinery using the linear Euler equations [J]. AIAA Journal, 1989, 27(6): 777-787.

[3] ERDOS J I, ALZNER E, MCNALLY W. Numerical solution of periodic transonic flow through a fan stage[J]. AIAA Journal, 1977, 15(11): 1559-1568.

[4] HE L. An Euler solution for unsteady flows around oscillating blades[J]. Journal of Turbomachinery, 1990, 112(4): 714-722.

[5] RAI M M. Three-dimensional Navier-Stokes simulations of turbine rotor-stator interaction: Part 1 methodology [J]. Journal of Propulsion, 1989, 5(3): 305-311.

[6] RAI M M. Three-dimensional Navier-Stokes simulations of turbine rotor-stator interaction: Part 2 results [J]. Journal of Propulsion, 1989, 5(3): 312-319.

[7] ARNONE A, PACCIANI R. Rotor-stator interaction analysis using the Navier-Stokes equations and a multigrid method [J]. Journal of Turbomachinery, 1996, 118(4): 679-689.

[8] ADAMCZYK J. Model equations for simulating flows in multistage turbomachinery[R]. ASME Paper 85-GT-226, 1985.

[9] VAN DE WALL A G, KADAMBI J R, ADAMCZYK J J. A transport model for the deterministic stresses associated with turbomachinery blade row interaction [J]. Journal of Turbomachinery, 2000, 122(4): 593-603.

[10] 季路成. 轴流式叶轮机转子/静子干扰非定常流动探索研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 1998.

JI Lucheng. Exploration on rotor/stator interaction unsteady flow in axial turbomachinery [D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1998. (in Chinese)

[11] HALL E J. Aerodynamic modeling of multistage compressor flow fields: Part 2 modeling deterministic stresses [J]. Journal of Aerospace Engineering, 1998, 212(2): 91-107.

[12] GILES M B. An approach for multi-stage calculations incorporating unsteadiness [R]. ASME Paper 92-GT-282,

1992.

[13] HE L, NING W. Efficient approach for analysis of unsteady viscous flows in turbomachines[J]. AIAA Journal, 1998,36(11):2005-2012.

[14] VILMIN S, HIRSCH C, LORRAIN E, et al. Unsteady flow modeling across the rotor/stator interface using the nonlinear harmonic method[R]. ASME Paper GT2006-90210, 2006.

[15] 王雷,刘波. 非线性谐波法在对转压气机中的校检分析[J]. 航空动力学报, 2012,27(7):1448-1455.
WANG Lei, LIU Bo. Validation of nonlinear harmonic method in dual-stage counter-rotating compressor [J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(7): 1448-1455. (in Chinese)

[16] 刘波,王雷,黄建. 非线性谐波法在双级对转压气机中的进一步校检[J]. 航空动力学报, 2013,28(6):1333-1341.
LIU Bo, WANG Lei, HUANG Jian. Further validation of NHM in two-stage counter-rotating compressor[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(6): 1333-1341. (in Chinese)

[17] HEMBERA M, LOOS A, JOHANN E, et al. Validation of the nonlinear harmonic approach for quasi-unsteady simulations in turbomachinery [R]. ASME Paper GT-2009-59933, 2009.

[18] REID L, MOORE R D. Performance of single-stage axial-flow transonic compressor with rotor and stator aspect ratios of 1.19 and 1.26, respectively, and with design pressure ratio of 1.82[R]. NASA-TP1338, 1978.

[19] 杨彤. 计及动静干涉的涡轮气动性能变化及其诱发振动机理研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2014.
YANG Tong. Study on changes of the turbine aerodynamic performance into the rotor-stator interaction and mechanism of the vibration induced[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2014. (in Chinese)

[20] CHEN T, VASANTHAKUMAR P, HE L. Analysis of unsteady blade row interaction using nonlinear harmonic approach[J]. Journal of Propulsion and Power, 2001, 17(3):651-658.

(编辑:王碧珺)